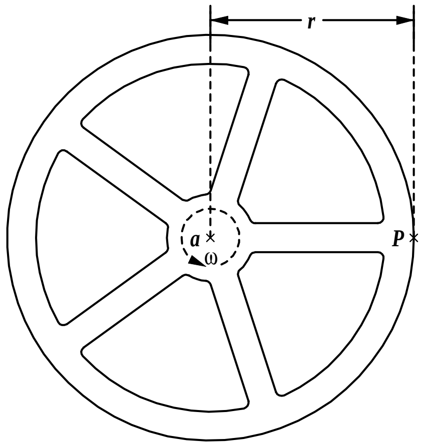
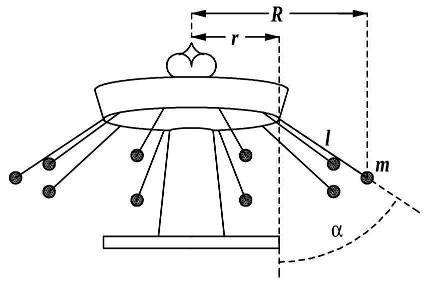
1. In einer antriebslosen Raumstation soll der Besatzung der Aufenthalt in einem künstlichen Schwerefeld ermöglicht werden. Dazu wird ein ringförmiger Teil des Raumstation in Rotation versetzt. Die nebenstehende Skizze zeigt einen zur Drehachse a senkrechten Schnitt durch diesen Teil der Station. Wir betrachten einen Punkt P im Abstand $r = 150\,\mathrm{m}$ von der Drehachse. Dort soll durch geeignete Wahl von ω eine Gravitationsfeldstärke von $g = 9,8\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$ simuliert werden.



   a) Berechnen Sie die dazu notwendige Winkelgeschwindigkeit ω und die Umlaufdauer T. (Ergebnis: $T = 24\,\mathrm{s}$)

   b) Geben Sie die Bahngeschwindigkeit von P gegenüber dem nichtrotierenden Teil des Raumschiffs in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ an.

2. Das nebenstehend skizzierte Kettenkarussell dreht sich so schnell, dass der Ausstellwinkel α der einreihig angebrachten Sessel 60° beträgt. Weiterhin ist der Abstand der Kettenbefestigungspunkte von der Drehachse $r = 3,0\,\mathrm{m}$ und die Länge der Ketten $l = 3,5\,\mathrm{m}$. Die Sessel mit den Kindern sollen als punktförmige Massen m angenommen werden, denen gegenüber die Masse der Ketten vernachlässigt werden sollen.



   a) Zeigen Sie, dass der Abstand der Sessel von der Drehachse $R = 6,0\,\mathrm{m}$ beträgt.

   b) Berechnen Sie daraus die Umlaufdauer des Karussells.

3. Erde und Venus haben nahezu kreisförmige Bahnen um die Sonne. Die mittlere Sonnenentfernung der Venus beträgt $108 \cdot 10^9\,\mathrm{m}$, ihre Umlaufzeit um die Sonne $0,615$ Jahre. Die Umlaufzeit der Erde beträgt bekanntlich 365 Tage.

   a) Berechnen Sie **allein mit diesen Daten** den mittleren Abstand der Erde von der Sonne.

   b) Bestimmen Sie daraus unter Verwendung der Gravitationskonstanten die Masse der Sonne ($G = 6,673 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$).

4. Eine Feder wird durch das Anhängen eines Massestücks um $8,9\,\mathrm{cm}$ verlängert. Das Massestück an der Feder wird in Schwingungen versetzt.

   Berechnen Sie die Schwingungsdauer der entstehenden Schwingung.

Viel Erfolg!

Kink

1. geg: $r = 150\,\text{m}, \quad g = 9,8\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}$

   a) Zentrifugalkraft im rotierenden System:

$$m\omega^2 r = mg$$
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{9,8\frac{\text{N}}{\text{kg}}}{300\,\text{m}}} = 0,26\frac{1}{\text{s}}$$
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,26\frac{1}{\text{s}}} = 24\,\text{s}\,.$$

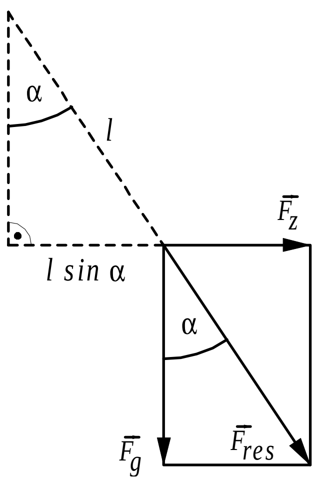
   b) Bahngeschwindigkeit:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 150\,\text{m}}{24\,\text{s}} = 39\frac{\text{m}}{\text{s}} = 140\frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

2. geg: $r = 3,0\,\text{m}, \quad l = 3,5\,\text{m}, \quad \alpha = 60°$

   a) Trigonometrische Betrachtung führt zu:

$$R = r + l\sin\alpha = 3,0\,\text{m} + 3,5\,\text{m}\cdot\sin 60° = 6,0\,\text{m}$$



   b) Aus dem Kräftediagramm:

$$\tan\alpha = \frac{F_\text{Z}}{F_\text{G}}$$
$$F_\text{Z} = F_\text{G}\tan\alpha$$
$$m\omega^2 R = mg\tan\alpha$$
$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = mg\tan\alpha$$
$$T^2 = \frac{4\pi^2 R}{g\tan\alpha}$$
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R}{g\tan\alpha}} = \sqrt{\frac{4\pi^2\cdot 6,0\,\text{m}}{9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\tan 60°}} = 3,7\,\text{s}$$

3. geg: $r_{\mathrm{V}} = 108 \cdot 10^9\,\mathrm{m}$, $T_{\mathrm{V}} = 0,615\,\mathrm{a}$, $T_{\mathrm{E}} = 1,00\,\mathrm{a}$

   a) 3. Keplersches Gesetz:

$$\frac{r_{\mathrm{E}}^3}{T_{\mathrm{E}}^2} = \frac{r_{\mathrm{V}}^3}{T_{\mathrm{V}}^2}$$

$$r_{\mathrm{E}} = \sqrt[3]{\frac{r_{\mathrm{V}}^3 T_{\mathrm{E}}^2}{T_{\mathrm{V}}^2}} = r_{\mathrm{V}} \sqrt[3]{\frac{T_{\mathrm{E}}^2}{T_{\mathrm{V}}^2}} = 108 \cdot 10^9\,\mathrm{m} \cdot \sqrt[3]{\frac{(1,00\,\mathrm{a})^2}{(0,615\,\mathrm{a})^2}} = 1,49 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$$

   b) geg: $G = 6,673 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

   Kräftegleichgewicht:

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{Z}} &= F_{\mathrm{G}} \\ m_{\mathrm{E}}\omega^2 r_{\mathrm{E}} &= G\frac{M m_{\mathrm{E}}}{r_{\mathrm{E}}^2} \\ M &= \frac{\omega^2 r_{\mathrm{E}}^3}{G} = \frac{4\pi^2 r_{\mathrm{E}}^3}{T_{\mathrm{E}}^2 G} \\ &= \frac{4\pi^2 \cdot (1,49 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m})^3}{(365 \cdot 24 \cdot 3\,600\,\mathrm{s})^2 \cdot 6,673 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}} = 1,97 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg} \end{aligned}$$

4. geg: $\Delta s = 0,089\,\mathrm{m}$

   Hookesches Gesetz:

$$D = \frac{F_{\mathrm{G}}}{\Delta s} = \frac{mg}{\Delta s}$$

   Schwingsdauer eines Federpendels:

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{\Delta s}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta s}{g}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{0,089\,\mathrm{m}}{9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 0,60\,\mathrm{s} \end{aligned}$$